Министерство образования и науки Самарской области

Государственное автономное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования (повышения квалификации) специалистов

САМАРСКИЙ ОБЛАСТНОЙ ИНСТИТУТ ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ И ПЕРЕПОДГОТОВКИ РАБОТНИКОВ ОБРАЗОВАНИЯ

Итоговая работа

на курсах повышения квалификации

по ИОЧ ВБ

«Методические особенности обучения решению задач с параметрами в условиях перехода к новым образовательным стандартам»

(24.03. - 29.03.2014г.)

По теме: " Многоуровневая система решений линейных уравнений, линейных неравенств и их систем с параметром "

Зачтено.
Зав.каф. ФМО СИПКРО
А.А. Макарочкина
Мая

Выполнила:

Малышева Ольга Петровна,

учитель математики

МБОУ СОШ №93

г.о.Самара

Самара, 2014г.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

1 ***ФИО (полностью)***	Малышева Ольга Петровна
2 ***Место работы***	МБОУ СОШ № 93 г.о. Самара
3 ***Должность***	Учитель математики
4 ***Предмет***	Математика
5 ***Класс***	9

Цель :составление многоуровневой системы задач по теме «Линейные уравнения, линейные неравенства и их системы с параметром».

Задачи:

- ***обучающие:*** анализировать и осмысливать текст задачи, самостоятельное выделение и формулирование познавательной цели, переформулировать условие, строить логическую цепочку рассуждений, критически оценивать полученный ответ, осознанное и произвольное построение речевого высказывания, выбор наиболее эффективного способа решения задач, постановка и формулирование проблемы, выдвижение гипотез и их обоснование, смысловое чтение;

-***развивающие:*** целеполагание, планировать свою деятельность в зависимости от конкретных условий; рефлексия способов и условий действия, контроль и оценка процесса и результатов деятельности, саморегуляция, через решение задач, развивать творческую и мыслительную деятельность учащихся, интеллектуальные качества: способность к “видению” проблемы, оценочным действиям, самостоятельности, гибкости мышления.;

-воспитательные: смыслообразование, умение слушать и вступать в диалог, участвовать в коллективном обсуждении проблем, воспитывать ответственность и аккуратность.

Изучение многих физических процессов и геометрических закономерностей часто приводит к решению задач с параметрами. Наиболее трудной и важной частью решения таких задач является исследование процесса в зависимости от параметров.

Задачи с параметром являются наиболее сложными задачами, которые включены в содержание ЕГЭ по математике и очень часто оказываются не по силам обучающимся. Появление таких задач на экзамене далеко не случайно, так как с их помощью проверяется техника владения формулами элементарной математики, методами решения уравнений и неравенств , умение выстраивать логическую цепочку рассуждений (без чего решение задач с параметрами невозможно) и уровень логического мышления учащихся . Также решение задач с параметрами способствует формированию математической культуры у школьников.

Отметим, что задачи с параметрами (в частности уравнения и неравенства с параметрами) обладают большим потенциалом в развитии исследовательских умений таких, как умение наблюдать, анализировать, выдвигать и доказывать гипотезу, обобщать и др. Данные задачи играют важную роль в формировании логического мышления и математической культуры, как у школьников, так и у студентов.Проанализировав учебные пособия и программы (посвященные задачам с параметрами), а также государственные образовательные стандарты отметим следующее :

Во-первых, задачи с параметрами отсутствуют в учебных программах основной средней школы.

Во-вторых, задачи с параметрами являются наиболее сложными в техническом плане (как с позиции школьников, так и с позиции учителей математики).

В-третьих, овладение школьниками методами решения задачи с параметрами ведет к более глубокому пониманию всего школьного курса математики.

В-четвертых, благодаря своей высокой диагностической и прогностической ценности задачи с параметрами:

- развивают у учащихся логическое мышление;
- формируют математическую культуру учащихся;
- помогают учащимся в овладении техники исследования;
- позволяют учителю выявить нестандартность мышления учащегося;
- наталкивают учащихся проводить элементарные математические рассуждения;
- открывают перед учащимися значительное число эвристических приемов.

Задачи с параметрами позволяют сформировать **ключевыекомпетенции**, применимые как в учебной, так и в будущей профессиональной деятельности:

- использование приобретенных знаний и умений в практической деятельности и повседневной жизни;
- проведение анализа ситуаций;
- планирование своей деятельности;
- осуществление самоконтроля;
- планирование и выбор более рационального решения;
- работа с учебной и научной литературой;
- систематизация знания по теме, решение и составление аналогичных задач и др.

Целенаправленное использование задач с параметрами позволяет развивать и диагностировать развитие ряда **предметных компетенций**учащихся.

1. Выполнять вычисления и преобразования.
2. Решать уравнения и неравенства, в том числе:

- находить область допустимых значений;
- приводить дроби к общему знаменателю;

- приводить подобные слагаемые;
- производить проверку принадлежности корней уравнения области допустимых значений;
- применять метод группировки слагаемых;
- свободно владеть формулами сокращенного умножения и др.

3.Выполнять действия с функциями.

4.Выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами.

Строить и исследовать простейшие математические модели

Формируемые УУД в рамках ФГОС при решении задач с параметрами:

№	Этапы решения задач	Формируемые УУД
	Анализ условия *(введение буквенных обозначений)*	– целеполагание; – выделение существенной информации; – формулирование задачи и прогнозирование способов решения; – абстрагирование; – аналогия; – классификация(типологизация); – знакосимволические действия.
	Схематическая запись условия задачи в виде таблицы, схемы, графа *с введенными буквенными обозначениями*	– планирование; – систематизация; – знакосимволические действия; – моделирование.
	Составление модели *(поиск аналога, привлечение из математики или физики известного закона)*	– создание способа решения задачи; – корректировка условия; – моделирование в графическом виде.
	Решение уравнения, системы и т.д. *(поиск неизвестного)*	– анализ и выявление существенной информации; – выведение следствий;

		– построение цепи рассуждений; – выдвижение и проверка гипотез; – преобразование модели.
	Интерпретация модели *(проверка и оценка решений, корней)*	– анализ; – выведение следствий; – конкретизация; – знакосимволическое действие (интерпретация).
	Исследование *(обобщение задачи или способа её решения для видоизмененных условий, другие подходы к решению)*	– анализ; – синтез; – поиск аналогов; – построение цепи рассуждений; – умение сжато передать содержание; – умение применять схемы, символы, модели; – создание способов решения проблем поискового, творческого характера.
	Рефлексия	– смыслообразование; – планирование; – контроль; – коррекция; – оценка; – волевая саморегуляция; – готовность к саморазвитию, к самообразованию; – умение самостоятельно определять цели своего обучения; – ставить и формулировать для себя новые задачи; – развивать мотивы и интересы своей образовательной деятельности.

Основные типы задач с параметрами.

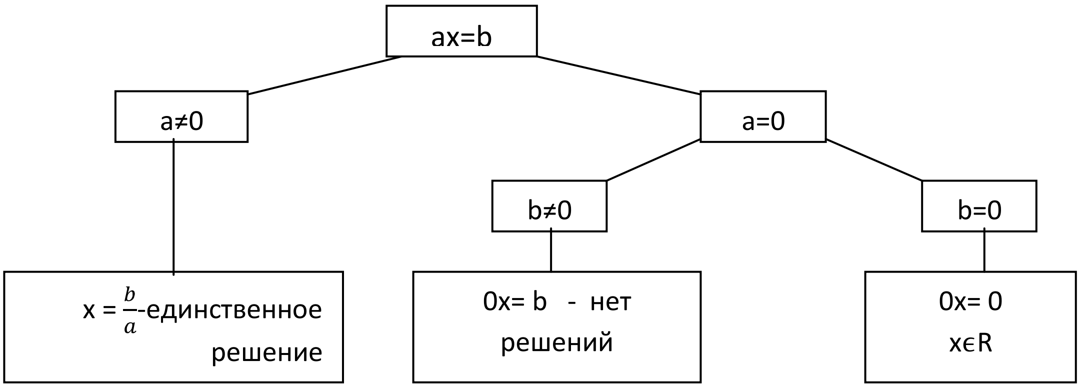
1. Уравнения, неравенства, их системы и совокупности, которые необходимо решить либо для любого значения параметра (параметров), либо для значений параметра, принадлежащих заранее оговоренному множеству. Этот тип задач является базовым.
2. Уравнения, неравенства, их системы и совокупности, для которых требуется определить количество решений в зависимости от значений параметра (параметров).
3. Уравнения, неравенства, их системы и совокупности, для которых требуется найти все те значения параметра, при которых указанные уравнения, неравенства , их системы и совокупности имеют заданное число решений (в частности, не имеют или имеют бесконечное множество решений).
4. Уравнения, неравенства, их системы и совокупности, для которых при искомых значениях параметра множество решений удовлетворяет заданным условиям в области определения.

Основные способы (методы) решения задач с параметром.

1. Аналитический(это способ так называемого прямого решения, повторяющего стандартные процедуры нахождения ответа в задачах без параметра. Иногда говорят, что это способ силового, в хорошем смысле « наглого» решения.
2. Графический . (В зависимости от задачи рассматриваются графики или в координатной плоскости Оху, или в координатной плоскости Оха.
3. Решение относительно параметра (при решении этим способом переменные х и а принимаются равноправными и выбирается та переменная, относительно которой аналитическое решение признается более простым. После естественных упрощений возвращаемся к исходному смыслу переменных х и а и заканчиваем решение.

Рассмотрим более подробно решение линейных уравнений, решение линейных неравенств, решение линейных систем уравнений с параметром.

Решение линейного уравнения в зависимости от значения параметров выглядит так:



БЗ № 1 (ЗЗ).

При каком значении параметра а уравнение а(х-1) = 2х+5 не имеет корней?

Решение: перепишем уравнение в виде (а-2)х = а+5. И если а= 2, то уравнение корней не имеет.

Ответ: при а=2 корней у данного уравнения нет.

БЗ № 1(МЗ).

Решите уравнение $(a^2 - 1)x = a^2 - 3a + 2$

Решение: это уравнение является линейным относительно переменной х, значит здесь контрольными будут те значения параметра, при которых коэффициент при х обращается в 0. То есть рассмотрим случаи $a^2 - 1 = 0$ и $a^2 - 1 \neq 0$ (удобнее разложить обе части уравнения на множители, т.е. (а-1)(а+1)х=(а-1)(а-2)).

При а=1 заданное уравнение принимает вид 0х=О,значит х – любое.

При а=-1 заданное уравнение принимает вид Ох=2, значит корней нет.

При а≠±1 можно разделить обе части уравнения на$a^2-1\neq 0$: х=

$$\frac{(a-1)(a-2)}{(a-1)(a+1)}$$

$X=\frac{a-2}{a+1}$

Ответ: при а =1 х – любое, при а=-1 нет корней, при а≠±1 х $=\frac{a-2}{a+1}$.

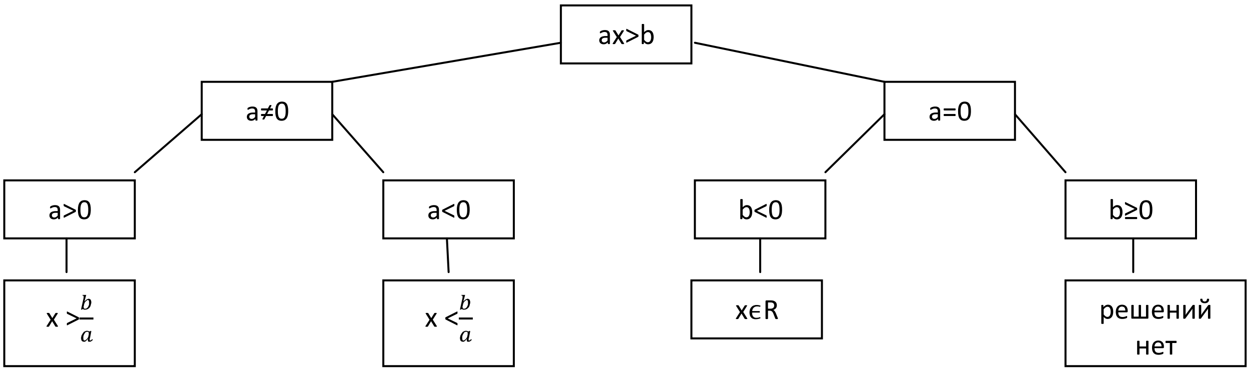
БЗ №1(НЗ).

При каких значениях параметра а уравнение 3ах = 5а – 3х + 5 имеет корни 3, 7 и 15?

Решение: данное уравнение запишется в стандартном виде так 3х(а+1) = 5(а+1). Если а≠-1, то уравнение имеет единственный корень $\frac{5}{3}$ и условие задачи не выполняется. При а= -1 данное уравнение имеет вид ох=о, поэтому любое значение х является корнем уравнения. Следовательно, в этом случае уравнение будет иметь корни 3. 7 и 15.

Ответ: а=-1.

Вот так выглядит решение линейного неравенства ax>b:



БЗ № 2(33).

Решить относительно х неравенство ах + 1>2(х-1).

Решение: данное неравенство равносильно следующему

(а-2)х>-3. Данное неравенство является линейным, контрольным значением будет а=2; далее по схеме имеем:

Если а=2, то неравенство примет вид ох>-3. Здесь х- любое действительное число;

Если а>2, то х>$\frac{-3}{a-2}$, х>$\frac{3}{2-a}$;

Если а<2, то х<$\frac{3}{2-a}$

Ответ: при а>2 х>$\frac{3}{2-a}$; при а<2 х<$\frac{3}{2-a}$; при а=2 х- любое действительное число.

БЗ № 2(МЗ).

Решить неравенство (a-1)x≤a^2 -1

Если a-1 =0, то неравенство приобретет вид ox≤0, т.е. при a=1 x∊ (-∞;+∞)

Если a<1, то x≥(a^2-1)∕(a-1), или x≥a+1;

Если a>1, то x≤(a^2-1)∕(a-1) , или x≤a+1

Ответ: при a∊ (-∞;1) x∊ [a+1; +∞); при a=1 x∊ R; при a∊ (1;+∞) x∊ (-∞;a+1].

БЗ №2(НЗ).

Решить неравенство |1+x|≤ ax относительно x.

Решение: из условия следует, что правая часть ax должна быть не отрицательна, т.е. ax≥0. Раскроем модуль

- ax ≤1+x≤ax

Перейдем к системе:

$$\begin{cases} ax\geq 1+x \\ -ax\leq 1+x \end{cases}$$

Перепишем в виде

$$\begin{cases} (a-1)x\geq 1 \\ (a+1)x\geq -1 \end{cases}$$

Исследуем систему на интервалах и получим следующий ответ:

При a≤-1 x∊ (-∞;$\frac{1}{a-1}$];

При -1<a<0 x∊ [-$\frac{1}{a-1}$;$\frac{1}{a-1}$];

При a=0 x=-1;

При 0<a≤1 решений нет.

Зависимость количества решений системы линейных уравнений от коэффициентов системы:

Количество решений

системы уравнений

$$\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1, \\ a_2x+b_2y=c_2, \end{cases}$$

где $a_2, b_2, c_2 \neq 0$

Если $\frac{a1}{a2} \neq \frac{b1}{b2}$, то решение единственное

Если $\frac{a1}{a2} = \frac{b1}{b2} \neq \frac{c1}{c2}$, то решений нет

Если $\frac{a1}{a2} = \frac{b1}{b2} = \frac{c1}{c2}$, то решений бесконечное множество

БЗ №№(33). При всех значениях параметра а решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-(5a-25)y=-10 \\ x+(a^2-5a)y=2a \end{cases}$$ ☺

Данная система равносильна следующей системе:

$$\begin{cases} X=(5a-25)y-10 \\ (a^2-25)y=2(a+5) \end{cases}$$ ☺☺

1) Если a=5, то второе уравнение предыдущей системы не имеет корней. В этом случае исходная система не имеет решений.
2) Если a =-5, то решением системы ☺☺является любое действительное число у. Тогда х=-50у-10, то есть решением системы ☺является любая пара чисел (-50у-10;у), где у любое действительное число.
3) Если a≠±5, то второе уравнение системы ☺☺ имеет единственный корень $y=\frac{2}{a-5}$. Из первого уравнения системы ☺☺вычислим значениех:
$X=\frac{(5a-25)2}{a-5}-10=\frac{(a-5)10}{a-5}-10=0.$
В этом случае система ☺имеет решения $(0;\frac{2}{a-5})$.
Ответ: при a=5 решений у системы нет;
при a=-5 (-50у-10;у), где у∈ R;
при a≠±5 $(0;\frac{2}{a-5})$.

БЗ №3 (МЗ).Графикифункций у= (4-а)х +а и у=ах +2 пересекаются в точке с абсциссой , равной -2. Найдите ординату точки пересечения.

Решение: так как графики пересекаются в точке с абсциссой, равной -2, то х=-2 является решением следующей системы:

$$\begin{cases} У=(4-а)х+а \\ У=ах+2, \text{ тогда имеем} \end{cases}$$

$$\begin{cases} У=(4-а)(-2)+а \\ У=а(-2)+2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} У=-8+3а \\ У=-2а+2 \end{cases}$$

-8+3а=-2а+2

5а=10

а=2

Найдем ординату у, подставив х иа в любое уравнение системы: у=2▪(-2)+2=-2

Ответ: -2.

БЗ № 3 (НЗ).

Решить уравнение |x-2| +|x+a| =0

Решение: так как каждое слагаемое неотрицательно, то можно перейти к системе:

$$\begin{cases} X-2=0 \\ X+a=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} X=2 \\ X=-a \end{cases}$$

Эта система имеет решение, если –a=2, т.е. a=-2.

Ответ: если a=-2, то x=2; если a ≠-2, то решений нет.

Очень удобно размещать задачи в виде матрицы задач:

	БЗ № 1	БЗ №2	БЗ №3
ЗЗ	При каком значении параметра а уравнение а(х-1) = 2х+5 не имеет корней?	Решить относительно х неравенство ах + 1>2(х-1).	При всех значениях параметра а решите систему уравнений $\begin{cases} x-(5a-25)y=-10 \\ x+(a^2-5a)y=2a \end{cases}$
МЗ	Решите уравнение $(a^2-1)x = a^2-3a+2$	Решить неравенство $(a-1)x \le a^2-1$	Графикифункций у= (4-а)х +а и у=ах +2 пересекаются в точке с абсциссой , равной -2. Найдите ординату точки пересечения.
НЗ	При каких значениях параметра а уравнение 3ах = 5а – 3х + 5 имеет корни 3, 7 и 15?	Решить неравенство |1+х|≤ ах относительно х.	Решить уравнение |x-2| +|x+a| =0

Литература:

1. Алгебра 9, для классов с углубленным изучением математики, Н.Я.Виленкин, 1998, Просвещение.
2. Дополнительные главы к школьному учебнику 8, Ю.Н.Макарычев, Н.Г.Миндюк, 2004, Просвещение
3. Задачи с параметром, А.В.Шевкин,2003, М., «Русское слово»
4. Проблемы реализации ФГОС при обученииматематике в основной и старшей общеобразовательной школе, Иванюк М.Е., Липилина В.В., Максютин А.А. Самара 2014г.
5. Решение уравнений и неравенств с параметрами, Д.Ф.Айвазян,2009, Волгоград, элективный курс
6. Сборник задач по алгебре 8-9, М.Л.Галицкий и др., 2002, Просвещение.